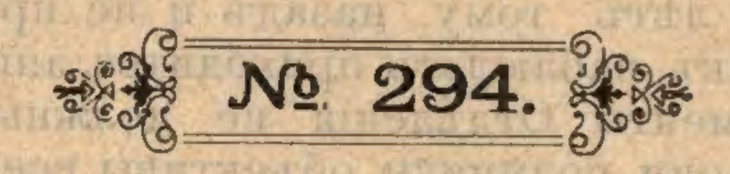
XXV Сем. № 6.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

Элементарной Математики.

31 Марта  № 294. 1901 г.

Содержаніе: Одесское Отдѣленіе Николаевской Главной Астрономической Обсерваторіи. *Пр.-Доц. А. Орбинскаго.* — Изслѣдованія сплавовъ никкеля и желѣза. *Лаборанта Вл. Оболенскаго.* — Рецензіи: М. Волковъ. „Эволюція понятія о числѣ“. *С. Шатуновскаго.*— Научная хроника: Астрономическія извѣстія. Новая звѣзда въ Персеѣ. Потокъ Лиридъ. *Астронома-Наблюдателя К. Покровскаго.* — Математическія мелочи. Теорема о суммѣ плоскихъ угловъ трехграннаго угла. *М. Маркова.* — Задачи для учащихся №№ 28—33 (4 серіи). — Рѣшенія задачъ (3 сер.) №№ 617. 620. 629, 631. — Объявленія.

ОДЕССКОЕ ОТДѢЛЕНІЕ

Николаевской Главной Астрономической Обсерваторіи.

Завѣдующаго Отдѣленіемъ Приватъ-Доцента А. Орбинскаго въ Одессѣ.

Осенью 1895 года академикъ О. А. Баклундъ, директоръ Главной Астрономической Обсерваторіи (Пулково), представилъ Комитету Обсерваторіи, состоящему подъ предсѣдательствомъ Августѣйшаго Президента Академіи Наукъ, проэктъ объ учрежденіи на югѣ Россіи вспомогательной обсерваторіи для опредѣленія точекъ равноденствій и наклонности эклиптики къ экватору. Опредѣленія эти, дающія опорныя точки всѣмъ астрономическимъ наблюденіямъ и состоящія въ совмѣстныхъ наблюденіяхъ положеній солнца и звѣздъ (небольшого числа изъ наиболѣе яркихъ— т. наз. основныхъ звѣздъ) (Fundamentalsterne), производимыхъ со всей доступною нашимъ средствамъ точностью, въ Пулковѣ затрудняются, во-первыхъ, недостаточно благопріятными климатиче-

скими условіями, во-вторыхъ, очень низкимъ положеніемъ солнца близъ зимняго солнцестоянія. Мысль О. А. Баклунда встрѣтила въ Комитетѣ сочувствіе, и весною слѣдующаго года онъ посѣтилъ югъ Россіи съ цѣлью выбора мѣста для намѣченнаго отдѣленія. Послѣ ближайшаго ознакомленія съ мѣстными условіями, выборъ палъ на Одессу, гдѣ завѣдующій университетской астрономической обсерваторіей проф. А. К. Кононовичъ оказалъ новому учрежденію огромную нравственную, а также и матеріальную поддержку, удѣливъ ему часть мѣста и помѣщеній.

Согласно своей цѣли отдѣленіе должно было быть снабжено пассажнымъ инструментомъ и вертикальнымъ кругомъ — планъ фундаментальныхъ опредѣленій, предложенный В. Струве въ Пулковѣ болѣе 50 лѣтъ тому назадъ и не превзойденный и до сихъ поръ; такъ какъ наблюдать приходится лишь наиболѣе яркія звѣзды, то инструменты Отдѣленія не должны имѣть большой оптической силы,—они получили объективы всего въ 180 миллим. діаметра, при фокусной длинѣ въ 1.4 метра у вертикальнаго круга и въ 1.3 м. у пассажнаго инструмента. Соотвѣтственно этому инструменты Отдѣленія сравнительно не велики, что также имѣетъ значеніе для точности наблюденій—при этомъ, напр., легче достигается равномѣрность температуры по всему инструменту. За то, со стороны точности и механическаго совершенства, въ виду современныхъ требованій къ такого рода работамъ, должно было быть сдѣлано все возможное для нынѣшней техники.

Вертикальный кругъ, по типу представляющій собою обыкновенный теодолитъ лишь съ возможно точно раздѣленнымъ кругомъ высотъ, вышелъ изъ мастерской А. Репсольда съ сыновьями въ Гамбургѣ, раздѣленные круги которыхъ уже полстолѣтія стоятъ выше всѣхъ остальныхъ. Кругъ высотъ раздѣленъ чрезъ 2′, и отсчеты четырехъ микроскоповъ при немъ производятся съ точностью до 0″.1; одно дѣленіе главнаго уровня, соединеннаго съ рамой микроскоповъ, = 0″.98 и, слѣдовательно, и здѣсь отсчеты производятся съ точностью до 0″.1. Такимъ образомъ, здѣсь непосредственно отсчитывается уголъ, подъ которымъ глазу представляется обыкновенный человѣческій волосъ на разстояніи приблизительно 100 саженей.

Пассажный инструментъ построенъ Пулковскимъ механикомъ Г. А. Фрейбергомъ, кромѣ одной части — самопишущаго микрометра, недавно изобрѣтеннаго и конструируемаго А. Репсольдомъ съ сыновьями. Важнѣйшая часть инструмента — концы горизонтальной оси вращенія (цапфы), на которыхъ послѣднее происходитъ и которыя должны быть возможно строго цилиндричны и одинаковой толщины, выполнены Г. Фрейбергомъ превосходно: для разности толщинъ цапфовъ получена величина всего около 0.0001 миллиметра, т. е. менѣе одной тысячной толщины обыкновеннаго человѣческаго волоса, контуръ же сѣченія цапфовъ отступаетъ отъ формы математическаго круга не болѣе одной трехсотой той же величины ($^1/_{3000}$ миллим.). Для надлежа-

щей оцѣнки этого результата надо знать, что онъ стоилъ двухмѣсячной непрерывной работы (только отточка и шлифовка цапфовъ).

При пассажномъ инструментѣ имѣются спеціальныя приспособленія для опредѣленія инструментальныхъ погрѣшностей. Послѣднихъ существуетъ три рода: неперпендикулярность оптической оси трубы къ горизонтальной оси вращенія (коллимаціонная ошибка), наклонъ этой оси къ горизонту (наклонъ оси) и неперпендикулярность ея къ плоскости меридіана (азимутъ инструмента). Первая ошибка опредѣляется (какъ это дѣлается въ обычныхъ переносныхъ пассажныхъ инструментахъ) изъ наблюденія одной и той же (конечно, медленно движущейся—близкой къ полюсу) звѣзды въ двухъ положеніяхъ инструмента, при которыхъ концы горизонтальной оси занимаютъ противоположныя мѣста. Въ виду быстроты, съ какою должна производиться (чтобы звѣзда не ушла изъ поля зрѣнія трубы) эта операція перекладки инструмента въ его ложахъ, а также и экономіи мѣста, Г. Фрейбергъ устроилъ аппаратъ, служащій для перекладки, подъ самымъ инструментомъ въ полу. Благодаря этому, вся операція занимаетъ около 3 минутъ, вмѣсто обычныхъ для такого рода и величины инструментовъ 10—15 минутъ. Наклонъ горизонтальной оси опредѣляется, какъ и всегда, чувствительнымъ уровнемъ (1 дѣл. $=1''.16$), прикрѣпленнымъ на остроумномъ подвѣсѣ, устроенномъ механикомъ нашего Университета г. I. А. Тимченко: параллелограммъ, подвѣшенный въ вертикальной плоскости и сочлененный шарнерами въ вершинахъ, носитъ на продолженіи одной изъ вертикальныхъ сторонъ уровень, имѣя, притомъ, возможность вращаться около неподвижной вертикальной оси. Послѣднее движеніе позволяетъ устанавливать уровень надъ инструментомъ или удалять его во время наблюденій, а сочлененія параллелограмма служатъ для сообщенія уровню вертикальнаго движенія, которымъ онъ можетъ быть опущенъ на цапфы инструмента и поднятъ съ нихъ.

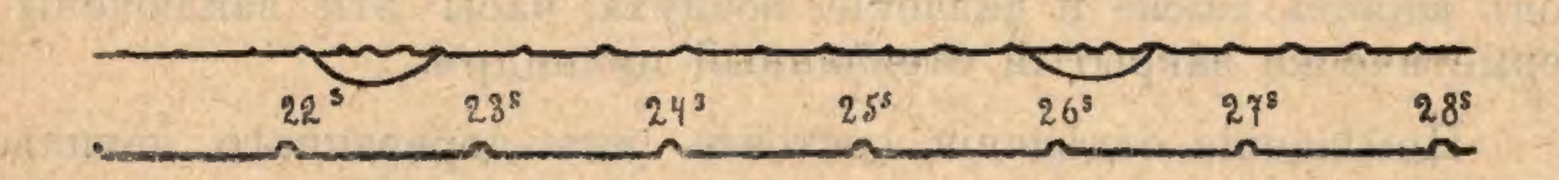
Наконецъ, третья ошибка опредѣляется изъ наблюденій звѣздъ, но, такъ какъ днемъ (при наблюденіи солнца) надлежащія звѣзды не всегда могутъ наблюдаться, то опредѣляютъ измѣненія азимута инструмента время отъ времени (при началѣ каждаго новаго ряда наблюденій и затѣмъ приблизительно каждый часъ) при помощи мѣтки (миры), установленной въ меридіанѣ инструмента: если инструментъ измѣнитъ свой азимутъ, мира покажется смѣстившеюся со своего прежняго мѣста въ полѣ зрѣнія трубы и по этому смѣщенію можно разсчитать величину измѣненія азимута инструмента. Мира могла бы измѣниться, разумѣется, и въ силу собственнаго движенія, но она располагается такъ далеко (у насъ 119 м.) и на такомъ прочномъ фундаментѣ, что случайныя ея движенія ничтожны. Миръ у нашего инструмента двѣ (на сѣверѣ и югѣ отъ инструмента) и состоятъ онѣ изъ электрическихъ лампочекъ, помѣщенныхъ за экранами съ небольшими круглыми отверстіями (около 1—5 миллим. въ діаметрѣ) и зажигаемыхъ непосредственно отъ инструмента.

Особенностью этого инструмента является еще упомянутый самопишущій микрометръ. Обычный—до средины истекающаго вѣка и единственный — способъ наблюденій на пассажномъ инструментѣ, состоящій въ отмѣчаніи моментовъ пересѣченія свѣтиломъ въ его суточномъ движеніи натянутыхъ въ фокальной плоскости инструмента паутинныхъ нитей, причемъ наблюдатель долженъ слушать бой секундъ часовъ и замѣчать положеніе звѣзды передъ нитью и послѣ нея въ моменты двухъ послѣдовательныхъ ударовъ часовъ, а затѣмъ ужъ на глазъ опредѣлять десятыя доли этого интервала (откуда и названіе „способъ глаза и уха"—Aug und Ohr Methode), этотъ обычный способъ въ фундаментальныхъ опредѣленіяхъ сталъ вытѣсняться съ шестидесятыхъ годовъ „регистрирнымъ". При послѣднемъ, къ пассажному инструменту присоединяется хронографъ, — приборъ, въ которомъ на движущейся отдѣльнымъ механизмомъ бумагѣ два пера чертятъ двѣ линіи; оба пера (иногда ихъ замѣняютъ штифты, остріями процарапывающіе закопченную поверхность бумаги) соединены съ якорями двухъ отдѣльныхъ электромагнитовъ, при замыканіи соотвѣтственныхъ токовъ заставляющими перья дѣлать небольшое движеніе перпендикулярно къ проводимымъ ими чертамъ—зигзаги на этихъ чертахъ. Токъ одного изъ электромагнитовъ проходитъ чрезъ особое приспособленіе въ часахъ (контактъ, смыкатель), гдѣ онъ автоматически замыкается каждую секунду (или каждыя двѣ секунды—по устройству смыкателя); такимъ образомъ, на одной изъ чертъ автоматически отмѣчаются моменты секундныхъ ударовъ часовъ (нижняя черта на рисункѣ). Токъ, работающій на другой электромагнитъ, замыкается посредствомъ клавиши, находящейся въ рукахъ наблюдателя. Если послѣдній, глядя въ трубу, замкнетъ токъ въ моментъ пересѣченія нити свѣтиломъ, то второе перо хронографа сдѣлаетъ зигзагъ на проводимой имъ чертѣ и положеніе этого зигзага относительно зигзаговъ первой черты, отвѣчающихъ секундамъ часовъ, позволитъ точно опредѣлить моментъ прохожденія черезъ нить.

Наконецъ, нѣсколько лѣтъ тому назадъ фирма А. Репсольдъ съ сыновьями предложила новый принципъ для наблюденія пассажей: въ окулярной части инструмента помѣщается микрометрическій винтъ съ подвижной нитью; въ барабанъ головки винта, сдѣланный изъ непроводника, врѣзаны кусочки платины, отъ которыхъ чрезъ инструментъ идетъ проводъ къ одному полюсу гальванической батареи; другой полюсъ ея совершенно изолированнымъ проводникомъ соединяется съ пружинкой, прижимающейся къ барабану винта: если подъ эту пружину подойдетъ кусокъ врѣзанной въ барабанъ платины, токъ замкнется и подѣйствуетъ на второе перо хронографа, какъ въ обычномъ регистрирномъ способѣ это дѣлалъ нажимъ клавиши. Ясно, что, если во время прохожденія свѣтила чрезъ поле инструмента вращать винтъ такъ, чтобы свѣтило все время биссектировалось подвижной нитью, второе перо хронографа напишетъ рядъ зигзаговъ

(см. верх. черту рис.), по которымъ легко прослѣдить движеніе звѣзды по полю инструмента и разсчитать моментъ прохожденія свѣтила чрезъ опредѣленную точку поля зрѣнія (средній контактъ).

На прилагаемой діаграммѣ дана часть записей хронографа, сдѣланныхъ во время прохожденія звѣзды μ Эридана: на нижней чертѣ равноотстоящими зигзагами отмѣчены моменты секундныхъ ударовъ часовъ, на верхней — сигналы микрометра. Такъ какъ барабанъ микрометра раздѣленъ контактами (кусочками платины) на десять равныхъ частей, то, при поворотѣ винта на одинъ оборотъ, на хронографѣ должно получиться десять зигзаговъ; но, для болѣе легкаго разбора записей хронографа, по обѣимъ сторонамъ контакта, отвѣчающаго нулю дѣленій барабана, врѣзано еще два добавочныхъ, болѣе близкихъ контакта, такъ что начало оборота отмѣчается тройнымъ зигзагомъ (на чертежѣ они отмѣчены небольшими дугами). Если бы изображеніе звѣзды было абсолютно спокойно, а глазъ, контролирующій положеніе подвижной нити на изображеніи звѣзды, и рука, вращающая винтъ, дѣйствовали абсолютно правильно, то зигзаги должны были бы быть совершенно одинаковы и равноотстоящими другъ отъ друга. На дѣлѣ, однако, нѣтъ ни того, ни другого, ни третьяго, и, потому, иные зигзаги выходятъ короче, другіе длиннѣе, а разстоянія между ними не вполнѣ равными.



Какъ способъ глаза и уха, такъ и регистрирный, оказываются сильно подверженными такъ наз. личнымъ ошибкамъ, т. е. ошибкамъ индивидуальнымъ для каждаго наблюдателя. Такіе, напримѣръ, выдающіеся наблюдатели, какъ Бессель и В. Струве, въ оцѣнкѣ пассажей по способу глаза и уха различались на величину близкую къ 1^s. Мало того, каждый наблюдатель различно оцѣниваетъ моменты пассажей звѣздъ различной яркости: чѣмъ слабѣе звѣзда, тѣмъ позднѣе опредѣляется моментъ пересѣченія ею нити, т. е., если бы мы стали опредѣлять угловое разстояніе двухъ звѣздъ, изъ которыхъ первая (раньше вступающая) ярче второй, то опредѣленное по способу глаза и уха или регистрирному разстояніе будетъ больше дѣйствительнаго (послѣднее можно опредѣлить, напр., при помощи промѣрки фотографическаго снимка, гдѣ соотвѣтственнымъ расположеніемъ измѣреній можно исключить личную ошибку); если же первая слабѣе, то упомянутое опредѣленіе даетъ величину, меньшую дѣйствительной.

Какъ показали опыты въ Потсдамскомъ Геодезическомъ институтѣ, самопишущій микрометръ Репсольдовъ почти не даетъ личныхъ разностей, почему онъ и былъ предпочтенъ для на-

шего инструмента. Изобрѣтатели за это высокой важности свойство окрестили его „безличнымъ“ -- unpersönliches selbstregistrirende Mikrometer.

Соотвѣтственно сказанному, при пассажномъ инструментѣ находится хронографъ—системы Hipp'а, по внѣшности схожій съ телеграфнымъ аппаратомъ Морза: два пера пишутъ чернилами черты на узкой бумажной лентѣ, протягиваемой подъ ними особымъ часовымъ механизмомъ. Секунды на хронографѣ получаются отъ звѣздныхъ часовъ Rietler 12, помѣщенныхъ въ подвалѣ обсерваторіи. Этотъ же токъ работаетъ на электрическій циферблатъ возлѣ пассажнаго инструмента, указывающій наблюдателю время наблюденія; показаніями этого циферблата пользуются и при наблюденіяхъ вертикальнымъ кругомъ.

Часы Riefler'а также заслуживаютъ особаго упоминанія, представляя собою лучшее, что есть въ настоящее время въ техникѣ часового дѣла; они снабжены спускомъ и маятникомъ системы самого Riefler'а. Послѣдній имѣетъ ртутную компенсацію, причемъ ртуть распредѣляется въ поломъ стержнѣ маятника на 2/3 его длины. Для того, чтобы еще уменьшить вліяніе температуры на ходъ часовъ, послѣдніе помѣщаются въ подвалѣ, гдѣ температура, измѣняясь очень плавно, колеблется всего въ предѣлахъ 6.7 С. впродолженіе года. Такъ какъ на ходъ часовъ вліяетъ также и давленіе воздуха, часы эти заключены въ герметически закрытый стеклянный цилиндръ.

Помѣщенія отдѣленія состоятъ изъ деревяннаго павильона для обоихъ инструментовъ и двухъ каменныхъ будокъ для миръ, находящихся въ 119 метр. къ югу и сѣверу отъ перваго. Для большей устойчивости, въ наблюденіяхъ этого рода имѣющей огромное значеніе, оба инструмента стоятъ на одномъ фундаментѣ, представляющемъ приблизительно параллелепипедъ изъ камня размѣровъ 5.7×1.7×2.0 метръ (послѣднее—глубина). На той же глубинѣ заложены и фундаменты столбовъ для миръ.

Въ виду важности при точныхъ наблюденіяхъ однородности температуры внутри помѣщенія для инструментовъ и внѣ его, павильонъ конструированъ изъ трехъ частей: средней неподвижной и боковыхъ, которыя на рельсахъ откатываются въ стороны настолько, что инструменты остаются совершенно открытыми доступу внѣшняго воздуха.

Одесса. Декабрь 1900 г.

Изслѣдованія сплавовъ никкеля и желѣза.

И. о. Лаборанта Измѣрительной Лабораторіи Новороссійскаго Университета Вл. Оболенскаго въ Одессѣ.

16-го февраля 1901 года, въ засѣданіи Физико-Математической секціи Новороссійскаго Общества Естествоиспытателей въ Одессѣ, было сдѣлано проф. Н. Д. Пильчиковымъ сообщеніе объ очень важныхъ и интересныхъ изслѣдованіяхъ Ш. Гилльома *) надъ сплавами никкеля и желѣза. Изслѣдованія эти, относящіяся къ 1897—1899 г.г., представляютъ большой практическій и теоретическій интересъ. Нѣкоторые изъ этихъ сплавовъ обладаютъ самою ничтожною расширяемостью при измѣненіи температуры; эта особенность дѣлаетъ ихъ очень цѣннымъ матеріаломъ для устройства измѣрительныхъ приборовъ, особенно, если принять во вниманіе дешевизну этихъ сплавовъ. Кромѣ того, сплавы эти представляютъ рядъ самыхъ неожиданныхъ аномалій и особенностей, благодаря которымъ можно до нѣкоторой степени проникнуть въ сущность явленій сплавленія.

Сплавы никкеля и желѣза по своимъ свойствамъ рѣзко раздѣляются на двѣ категоріи: 1) на сплавы, содержащіе менѣе 24% никкеля и 2) на сплавы, содержащіе большее количество никкеля. Сплавы первой категоріи, будучи намагничены, при нагрѣваніи начинаютъ постепенно терять свой магнитизмъ и при температурѣ краснаго каленія приходятъ въ нейтральное состояніе. Если начать затѣмъ охлаждать ихъ, то намагничиваніе появляется снова; но магнитизмъ обнаруживается вновь при значительно болѣе низкой температурѣ,—при болѣе низкой температурѣ, нежели та, при которой магнитизмъ сталъ слабѣть; температура эта тѣмъ ниже, чѣмъ богаче сплавъ никкелемъ. При этомъ процентное содержаніе никкеля не должно превышать 24—25%. Для сплавовъ, содержащихъ 24—25% никкеля, магнитизмъ начинаетъ возстановляться при температурѣ, низшей 0°. Для сплава, обладающаго 15% никкеля, процессъ возстановленія начинается при 130° и не заканчивается вполнѣ даже при—50°; такимъ образомъ, при температурѣ выше 130° сплавъ этотъ при охлажденіи не обнаруживаетъ магнитныхъ свойствъ. Итакъ, когда въ этихъ сплавахъ тепловой процессъ протекаетъ въ обратномъ направленіи, то степень намагниченія сплава при каждой температурѣ уже не та, которая была при той же температурѣ во время процесса нагрѣванія.

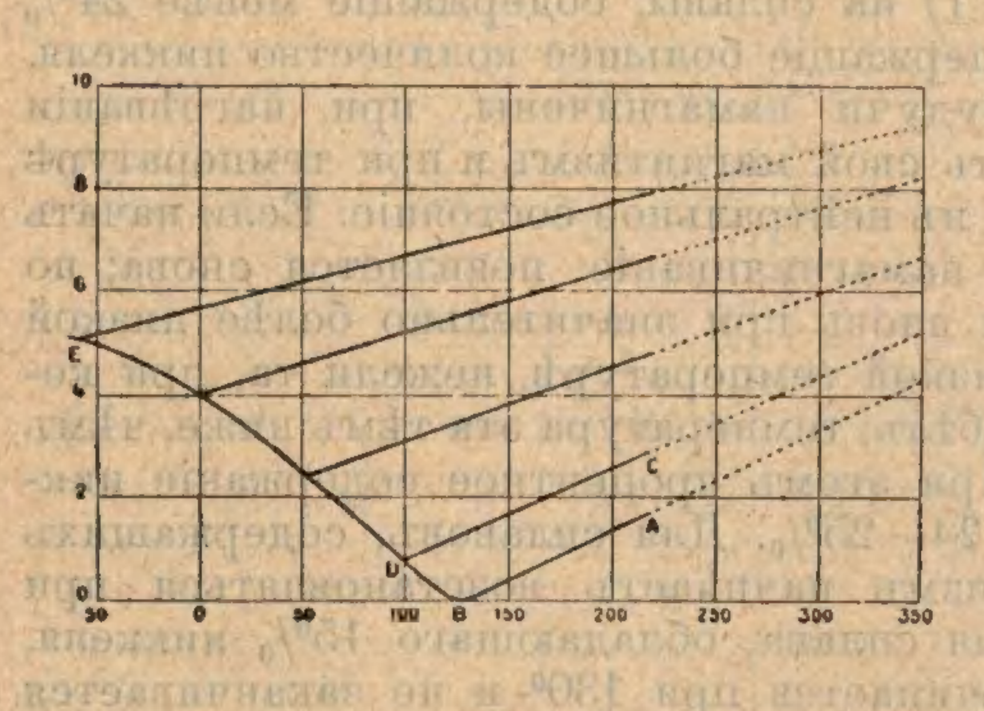
*) *Ch. Ed. Guillaum.* „Nouvelles recherches sur les aciers au nickel“.

Въ сплавахъ второй категоріи магнитизмъ представляетъ однозначную функцію температуры; для каждой температуры сплавъ обладаетъ опредѣленной степенью намагничиванія, безразлично, нагрѣвается ли или охлаждается сплавъ; температуры, соотвѣтствующія исчезновенію и появленію магнитизма, совпадаютъ.

Въ виду этого сплавы первой категоріи были названы *необратимыми (irréversibles)*, сплавы же второй категоріи — *обратимыми (réversibles)*. Въ первомъ случаѣ производныя количества магнитизма въ функціи температуры обладаютъ двумя совершенно различными значеніями, смотря по тому, возрастаетъ ли температура или убываетъ; во второмъ случаѣ производная приблизительно однозначна.

Подобное дѣленіе имѣетъ мѣсто и относительно другихъ свойствъ сплавовъ, какъ напримѣръ, относительно расширяемости при нагрѣваніи.

Необратимые сплавы расширяются очень своеобразно. Возьмемъ, для примѣра, сплавъ, содержащій 15% никкеля. Доведемъ сначала сплавъ до высокой температуры и начнемъ постепенно охлаждать его; коэффиціентъ сжатія равенъ приблизительно $18 \cdot 10^{-6}$. Измѣненіе длины проволоки, приготовленной изъ этого сплава, будетъ пропорціонально измѣненію температуры и можетъ быть изображено прямой АВ (фиг. 1). При дальнѣйшемъ охлажденіи, мы дойдемъ наконецъ до температуры, соотвѣтствующей моменту появленія магнитизма (въ нашемъ случаѣ 130°); начиная съ этой температуры проволока начинаетъ расширяться, слѣдуя кривой ВЕ, при чемъ коэффиціентъ расширенія равенъ въ среднемъ $40 \cdot 10^{-6}$ — $50 \cdot 10^{-6}$. Если же, при извѣстной температурѣ, мы прекратимъ охлажденіе и начнемъ нагрѣваніе, проволока наша снова начнетъ расширяться, но коэффиціентъ расширенія будетъ меньше прежняго коэффиціента; измѣненіе длины проволоки будетъ слѣдовать прямой DC. При новомъ охлажденіи измѣненіе длины будетъ по кривой CDE. При каждомъ новомъ нагрѣваніи проволока будетъ снова расширяться, однако коэффиціентъ расширенія будетъ становиться все меньше и меньше и наконецъ, послѣ охлажденія до—50°, коэффиціентъ расширенія, при повышеніи температуры, станетъ равнымъ $10 \cdot 10^{-6}$ — $11 \cdot 10^{-6}$; коэффиціентъ этотъ близокъ къ коэффиціентамъ расширенія желѣза и никкеля. Впрочемъ, из-

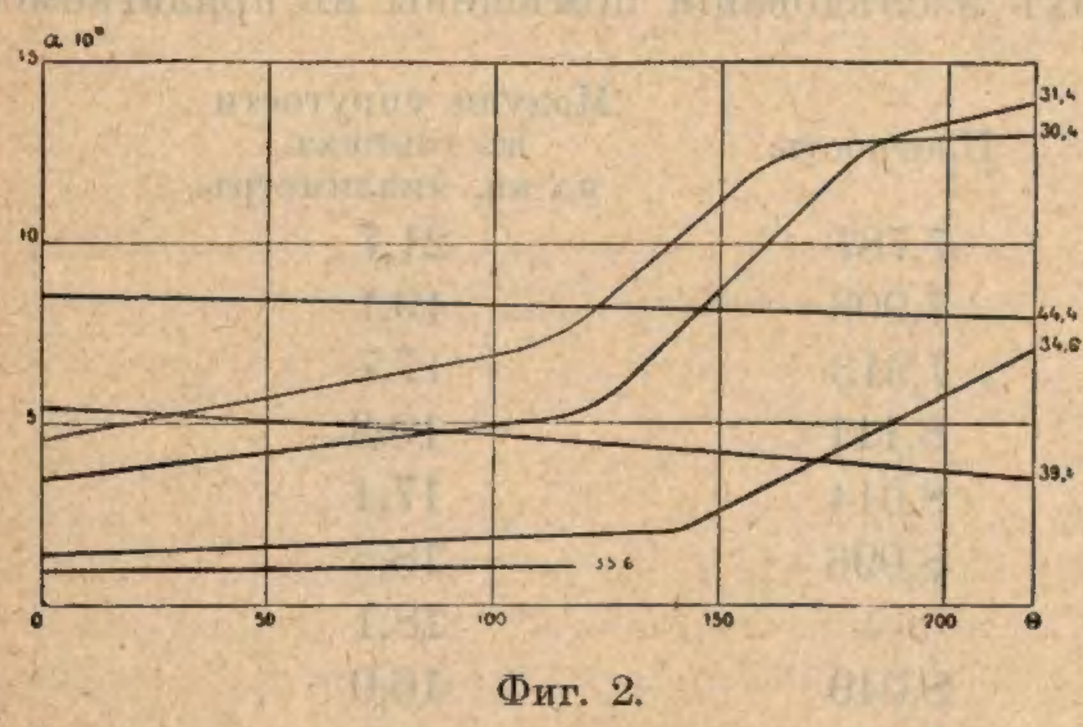


Фиг. 1.

мѣненія длины не всегда слѣдуютъ этому закону; такъ напр., если мы сначала охладимъ проволоку, затѣмъ нагрѣемъ на нѣсколько градусовъ, а затѣмъ начнемъ охлаждать снова, то, при охлажденіи, измѣненіе длины не будетъ слѣдовать вышеуказанной кривой, напр. кривой CDE, оно будетъ слѣдовать по прямой CD и ея продолженію т. е. будетъ продолжать сжиматься; это можетъ продолжаться для промежутка въ 15°, но, затѣмъ, внезапно, въ теченіе нѣсколькихъ секундъ проволока расширится на нѣсколько десятыхъ долей миллиметра на каждый метръ. Здѣсь мы имѣемъ случай неустойчиваго равновѣсія въ твердомъ тѣлѣ; это явленіе перемѣщенія точки поворота (B) аналогично пересыщенію раствора, переохлажденію жидкости и т. д.

Діаграмма на фиг. 2 представляетъ результаты изслѣдованій надъ расширяемостью обратимыхъ сплавовъ. Фигура 2 изображаетъ кривыя расширяемости въ функціи отъ температуры для различныхъ сплавовъ, содержащихъ отъ 30,4% до 44,4% никкеля. Каждая кривая соотвѣтствуетъ опредѣленному (указанному при ней) процентному содержанію никкеля. Горизотальныя дѣленія означаютъ градусы температуры, вертикальныя — коэффиціенты расширенія въ микронахъ, увеличенные въ 10^6 разъ. Наименьшій коэффиціентъ расширенія имѣетъ сплавъ, содержащій 35,6% никкеля: онъ равенъ $0{,}87 \cdot 10^{-6}$. Какъ для этого сплава, такъ и для сплава съ 44,4% содержаніемъ никкеля, коэффиціентъ расширенія, какъ мы видимъ, сохраняетъ постоянное значеніе. Напротивъ того, для другихъ сплавовъ этотъ коэффиціентъ значительно измѣняется съ измѣненіемъ температуры и притомъ крайне неправильно. Къ этому обстоятельству мы еще возвратимся ниже.

Механическая обработка сплавовъ, главнымъ образомъ вытягиваніе, позволили Гилльому довести коэффиціентъ расширенія до величины, выражаемой формулой $(0{,}116 + 0{,}00150\theta)10^{-6}$ для температуръ между 0° и 26°. Этотъ коэффиціентъ расширенія оказался въ 61 разъ меньше коэффиціента расширяемости платины. Объ этомъ сплавѣ мы уже упоминали въ началѣ этой статьи. Сплавъ этотъ былъ названъ Гилльомомъ *„invare"* (т. е. неизмѣняемый). О практическихъ при-

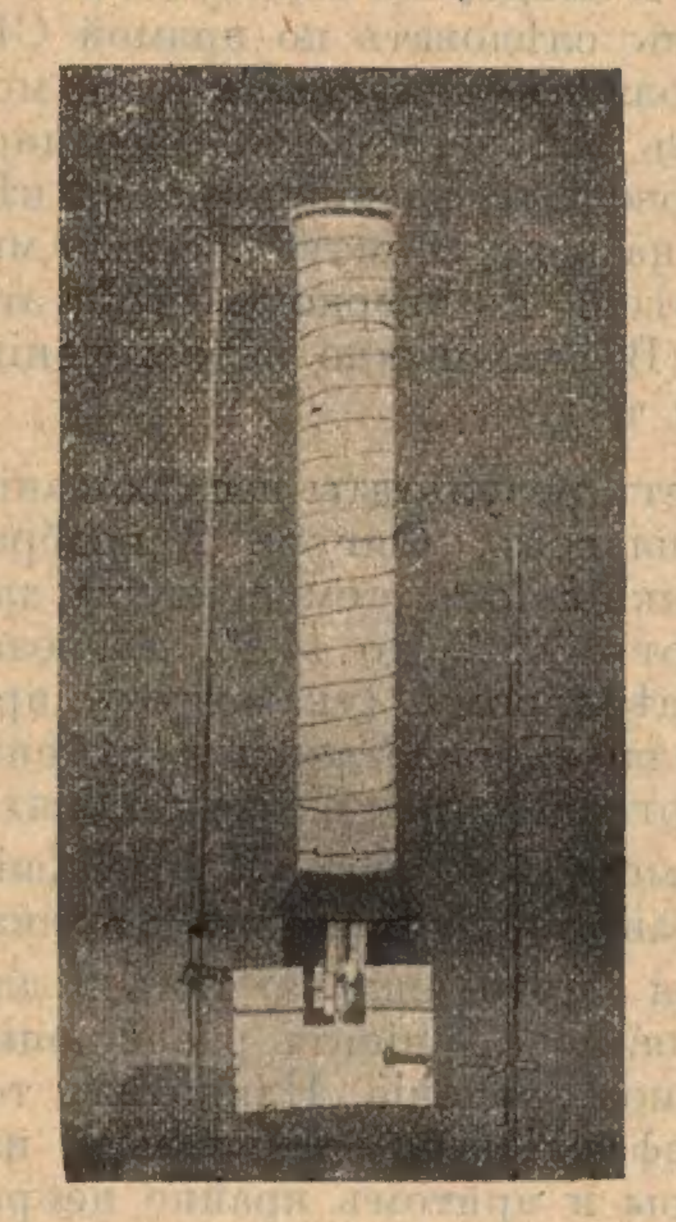


Фиг. 2.

мѣненіяхъ его скажемъ ниже.

Для демонстраціи расширяемости твердыхъ тѣлъ проф. Н. Д. Пильчиковъ придумалъ слѣдующій очень несложный приборъ.

Внутри цилиндра изъ азбестоваго картона (фиг. 3) помѣщаютъ четыре вертикальныхъ проволоки изъ латуни, желѣза, никкеля и invare'a. Верхніе концы этихъ проволокъ укрѣплены неподвижно, тогда какъ нижніе концы связаны системой рычаговъ соотвѣтственно съ четырьмя горизонтальными стержнями, лежащими въ одной горизонтальной плоскости; на концы этихъ стержней насажены четыре бумажки съ черными полосками. При расширеніи проволокъ, нижніе концы ихъ опускаются и сообщаютъ движенія горизонтальнымъ стержнямъ, отчего послѣдніе поднимаются. Передъ опытомъ, приборъ устанавливаютъ такъ, чтобы всѣ четыре полоски составляли одну горизонтальную полосу съ двумя неподвижными полосами, помѣщенными между ними. Рисунокъ представляетъ собою фотографію, снятую съ этого прибора послѣ нагрѣванія проволокъ. Болѣе всѣхъ расширилась латунь, никкель немного больше желѣза, тогда какъ полоска, соотвѣтствующая проволокѣ изъ invare'a осталась на своемъ мѣстѣ. Съ помощью этого прибора можно показать ничтожную расширяемость invare'a въ большой аудиторіи безъ всякихъ проэкціонныхъ системъ.



Фиг. 3.

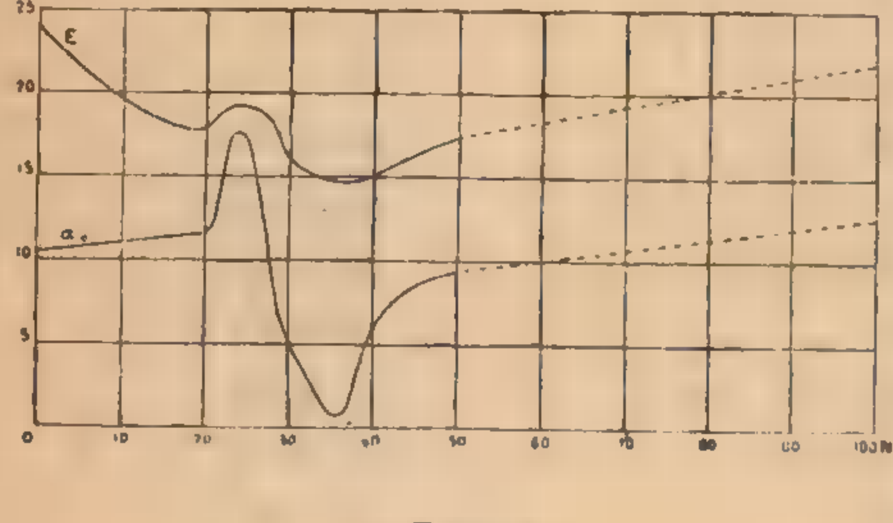
Не лишены интереса изслѣдованія плотности и модуля упругости. Результаты этихъ изслѣдованій помѣщены въ прилагаемой таблицѣ:

Сплавы:	Плотность:	Модули упругости въ тоннахъ на кв. миллиметръ:
5% Ni	7,787	21,7
15 —	7,903	19,1
19 —	7,913	17,7
24,1 не магн.	8,111	19,3
24,1 магн. (1)	8,014	17,4
26,2% Ni	8,096	18,5
27,9 —	—	18,1
30,4 —	8,049	16,0
31,4 —	8,008	15,5

(1) Возстановленіе магнитизма неполное.

Славы:	Плотность:	Модули упругости въ тоннахъ на кв. миллиметръ:
34,6 —	8,066	15,4
35,2 — (2)	—	14,9
37,2 — (3)	8,005	14,6
39,4 —	8,076	15,1
44,3 —	8,120	16,3
100 —	8,750	21,6.

Фиг. 4 представляетъ кривыя упругости E и плотности α_0 въ функціи процентнаго содержанія никкеля. Какъ видно изъ этой фигуры кривыя эти имѣютъ совпадающіе maxim. и minimum и вообще обнаруживаютъ большое сходство.



Фиг. 4.

Плотности этихъ сплавовъ сильно уклоняются отъ плотностей, вычисленныхъ въ предположеніи, что эти сплавы представляютъ механическія смѣси.

Всѣ сплавы желѣза съ никкелемъ испытываютъ медленныя остаточныя деформаціи объема (déformations permanentes). Законы этихъ деформацій очень сложны; въ данномъ случаѣ, сплавы эти представляютъ аналогію со стекломъ; именно: при каждой температурѣ они въ теченіе долгаго времени стремятся къ нѣкоторому опредѣленному состоянію равновѣсія. Однако, изученіе этихъ деформацій для наименѣе расширяемыхъ сплавовъ имѣетъ большое значеніе, въ виду возможности примѣненія этихъ сплавовъ для устройства точныхъ измѣрительныхъ приборовъ. Поэтому-то Гилльомъ предпринялъ цѣлый рядъ изслѣдованій надъ остаточными деформаціями этихъ сплавовъ. Общій характеръ этихъ деформацій слѣдующій: подвергнемъ сплавъ дѣйствію высокой температуры, а затѣмъ станемъ охлаждать его на воздухѣ; когда сплавъ приметъ температуру среды, онъ не принимаетъ сразу опредѣленнаго объема, а начинаетъ постепенно расширяться и тѣмъ быстрѣе, чѣмъ выше была его температура; если, послѣ этого, перенести сплавъ въ температуру, еще болѣе низкую, то онъ, принявъ температуру среды снова начинаетъ расширяться; если, наконецъ, довести его до прежней температуры, то онъ станетъ уменьшаться въ объемѣ. Чтобы уменьшить скорость де-

(2) Среднее для десяти проволокъ.

(3) Среднее для двухъ проволокъ.

формаціи, при нѣкоторой температурѣ, надо произвести предварительно закаливаніе сплава при температурѣ, немного болѣе высокой.

Такъ напр., полоса въ 1 метръ, безъ предварительной закалки, испытывала въ сутки измѣненіе длины на 0,1 микрона. Благодаря же частымъ закалкахъ при постепенно понижающихся температурахъ, величина эта уменьшилась до 0,04 микрона. Результаты изслѣдованій надъ полосой наименѣе расширяемаго сплава въ метръ, таковы:

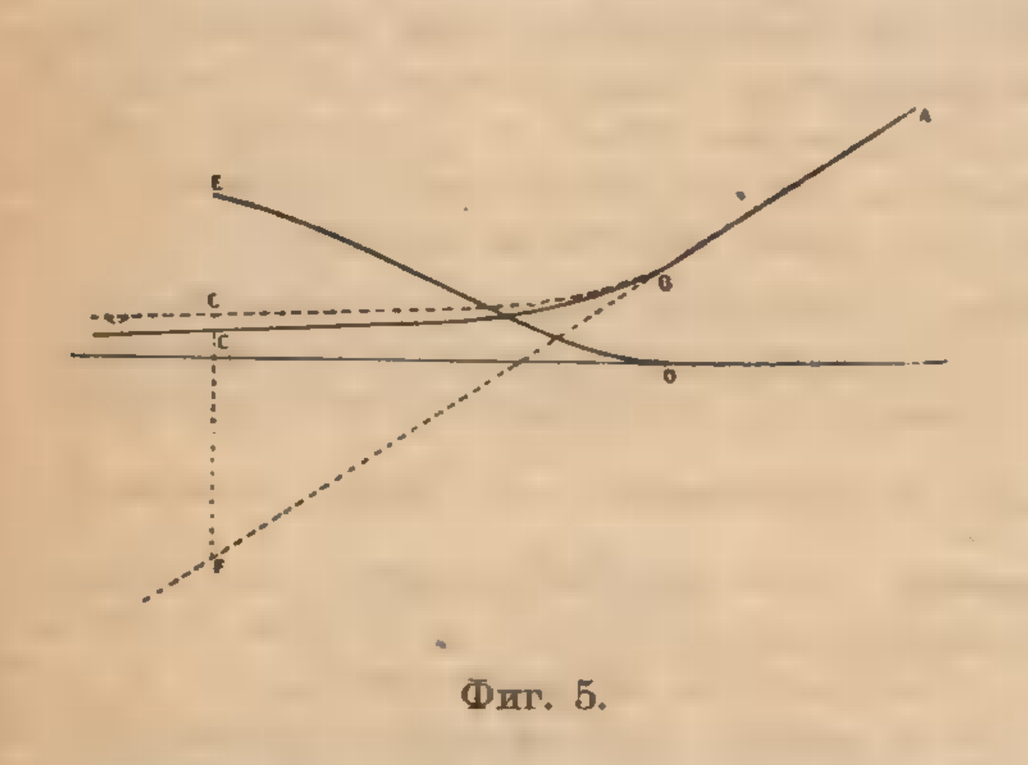
Температуры:	Время:	Измѣненія длины въ микронахъ:
11⁰	10 дней	+0,51
11⁰	33 „	+1,84
11⁰—18⁰	74 „	+2,36
18⁰—20⁰	118 „	+3,01
20⁰—14⁰	176 „	+4,59
14⁰— 8⁰	245 „	+5,64
6⁰— 8⁰	300 „	+5,83
6⁰— 8⁰	334 „	+6,50
8⁰— 9⁰	376 „	+6,13
9⁰—15⁰	455 „	+5,82
15⁰—20⁰	531 „	+6,16
20⁰—10⁰	598 „	+7,35
10⁰—6⁰—8⁰—4⁰—6⁰	680 „	+8,13
6⁰—10⁰	746 „	+7,87
10⁰—15⁰	785 „	+7,50.

Общій характеръ деформацій проволокъ, вытягиваемыхъ на холодѣ, таковъ: при первой закалкѣ при 100⁰ бываетъ обыкновенно расширеніе, продолжающееся до 50 часовъ, затѣмъ проволока начинаетъ сжиматься и довольно быстро приблизительно въ продолженіи 200 часовъ. Если въ этотъ моментъ помѣстить проволоку въ среду съ болѣе низкой температурой, проволока, достигнувъ температуры среды, начинаетъ снова расширяться. Обыкновенно бруски изъ сплава съ 44% никкеля испытываютъ очень малыя измѣненія, тогда какъ вытянутые бруски, послѣ продолжительной закалки при 100⁰, испытываютъ сжатіе до 100 микроновъ на метръ.

Вышеуказанныя изслѣдованія позволяютъ до нѣкоторой степени судить о сущности явленій сплавленія и дать очень вѣроятную гипотезу для объясненія указанныхъ выше особенностей, кажущихся на первый взглядъ аномаліями.

Разсмотримъ раньше всего, какая зависимость существуетъ между степенью магнитности нашего сплава и его объемомъ. Начнемъ съ необратимыхъ сплавовъ; для нихъ, какъ было сказано, появленіе и усиленіе степени намагниченія сопровождается

расширеніемъ сплава, несмотря на то, что это происходитъ при пониженіи температуры. Въ обратимыхъ сплавахъ, до появленія магнитизма, происходитъ при охлажденіи сжатіе, какъ того слѣдовало ожидать; но съ момента появленія магнитизма, коэффиціентъ сжатія уменьшается, появляется сила, противодѣйствующая ему. Кривая измѣненія длины бруска для необратимыхъ сплавовъ въ функціи температуры будетъ ABC, (см. фиг. 5) точка B соотвѣтствуетъ температурѣ появленія магнитизма; часть AB нашей кривой ABC — прямая и, слѣдовательно, до появленія магнитизма коэффиціентъ сжатія былъ постояннымъ. Кривая DE представляетъ кривую измѣненія магнитизма въ функціи температуры; точки B и D соотвѣтствуютъ температурѣ появленія магнитизма. Какъ мы уже видѣли, до появленія магнитизма измѣненіе длины бруска шло по прямой AB; если бы магнитизма не появлялось, а измѣненіе длины обусловливалось бы пониженіемъ температуры, то измѣненіе длины слѣдовало бы приблизительно по прямой ABF. Очевидно, кривая BC относительно прямой BF представляетъ собой измѣненіе длины подъ вліяніемъ магнитизма. Расположеніе кривой BC относительно прямой CF таково же, какъ кривой DE относительно горизонтальной прямой. Итакъ, въ обратимыхъ сплавахъ сжатіе проволоки при появленіи магнитизма уменьшается, благодря магнитизму, который стремится расширить брусокъ. Такимъ образомъ, мы можемъ принять за правило для нашихъ сплавовъ, что усиленіе магнитности неразрывно связано съ увеличеніемъ объема.



Фиг. 5.

Съ другой стороны, намъ извѣстно, что желѣзо и никкель— наиболѣе магнитные металлы, тогда какъ сплавы ихъ или нало магнитны или же, въ нѣкоторыхъ условіяхъ, совершенно немагнитны. Очевидно, магнитность желѣза и никкеля вовсе не атомное, а молекулярное свойство. Отсюда, мы можемъ заключить, что уменьшеніе и исчезновеніе магнитизма обусловливается новой группировкой атомовъ, составляющихъ молекулу, и что въ немагнитномъ состояніи сплавы никкеля и желѣза представляютъ собой химическое соединеніе. При появленіи магнитизма, часть сплава разлагается, часть молекулъ желѣза и никкеля становится свободной, тогда какъ другая часть составляетъ химическое соединеніе. Въ пользу этой гипотезы говоритъ то, что съ появленіемъ магнитизма объемъ сплава увеличивается и приближается къ объему, который имѣетъ механическая смѣсь этихъ метал-

ловъ. Кромѣ того, наиболѣе характерными особенностями обладаютъ сплавы, составъ которыхъ можетъ быть выраженъ химической формулой Fe_2Ni и Fe_3Ni_2; это именно тѣ сплавы, которые, какъ мы видѣли выше, обладаютъ наиболѣе правильной расширяемостью. Обратимые сплавы мы можемъ разсматривать, какъ соединенія, стремящіяся къ опредѣленному физико-химическому равновѣсію, при которомъ одна опредѣленная часть должна представлять химическое соединеніе, другая — механическую смѣсь. Въ необратимыхъ сплавахъ равновѣсіе остается безразличнымъ въ болѣе или менѣе широкихъ предѣлахъ; съ измѣненіемъ температуры равновѣсіе становится неустойчивымъ и переходитъ въ устойчивое только при опредѣленномъ отношеніи между химическимъ соединеніемъ и механической смѣсью. Однако, равновѣсіе можетъ сдѣлаться и болѣе устойчивымъ, такъ напр., механическая обработка сплава измѣняетъ это отношеніе. Итакъ, сплавы при всякой температурѣ стремятся къ химическому или физико-химическому равновѣсію; полное равновѣсіе можетъ наступить только черезъ длинный промежутокъ времени, чѣмъ и обусловливаются остаточныя деформаціи сплавовъ. Таковы результаты интересныхъ изслѣдованій Гилльома надъ сплавами желѣза и никкеля.

Въ заключеніе скажемъ нѣсколько словъ о возможности практическихъ примѣненій этихъ сплавовъ. Сплавы эти мало окисляемы, очень однородны, обладаютъ красивымъ внѣшнимъ видомъ; ихъ можно вытягивать въ проволоки толщиною менѣе $\frac{1}{10}$ миллиметра. Особенно важенъ въ практическомъ отношеніи сплавъ „invare". Однако, вслѣдствіе остаточныхъ деформацій, имъ неудобно пользоваться для изготовленія образцовыхъ мѣръ перваго порядка, но за то изъ него можно приготовлять менѣе точныя мѣры, тѣмъ болѣе, что остаточныя деформаціи его изучены очень подробно. Преимущество подобныхъ мѣръ то, что между 5^0 и 25^0 ихъ можно считать неизмѣняемыми. Сплавъ „invare" очень удобенъ для изготовленія точныхъ измѣрительныхъ приборовъ. Благодаря ничтожной расширяемости его, имъ удобно пользоваться при устройствѣ биметаллическихъ пластинокъ, въ которыхъ надо получить при измѣненіи температуры возможно бо́льшую деформацію, напр., для термометровъ, терморегуляторовъ, компенсаторовъ и т. д. Сплавъ этотъ удобенъ также для устройства маятниковъ; такъ напр., маятникъ, приготовленный изъ этого матеріала безъ всякихъ компенсирующихъ приспособленій, давалъ бы уклоненіе въ суточномъ ходѣ менѣе $^1/_2$ секунды, при суточномъ колебаніи температуры въ 10^0. Если примемъ, наконецъ, во вниманіе дешевизну этого сплава, то можно утверждать съ увѣренностью, что сплавъ этотъ въ непродолжительномъ будущемъ получитъ самое широкое распространеніе.

Одесса, 1901 года. *Вл. Оболенскій.*

РЕЦЕНЗІИ.

М Волковъ. Эволюція понятія о числѣ. С.-Петербургъ. 1899 г. Цѣна 85 коп.

Мы съ особеннымъ удовольствіемъ даемъ читателямъ „Вѣстника“ хотя бы и запоздалый отчетъ о прекрасной книжкѣ г-на Волкова, посвященной области теоретической Ариѳметики. Эта область представляетъ въ настоящее время глубочайшій интересъ не только для спеціалиста, но и для всякаго образованнаго человѣка, который пожелалъ бы познакомиться хоть въ одной отрасли человѣческаго знанія съ *законченною* системою вполнѣ выдержанныхъ и безукоризненно строгихъ логическихъ построеній. Сравнительно небольшая область науки — формальная Ариѳметика — интенсивно культивировалась первоклассными математиками истекшаго вѣка. Грассманъ, Дедекиндъ, Кронеккеръ, Гельмгольцъ, Вейерштрасъ, Канторъ и многіе другіе, преимущественно нѣмецкіе математики воздвигли научное зданіе, едва ли не единственное по законченности и строгости дедукцій — и если вѣрно, что теорія можетъ быть глубоко понята и вполнѣ оцѣнена только путемъ ея примѣненія къ практическимъ примѣрамъ, то вѣрно и то, что занимающіеся логикой тогда только въ состояніи будутъ ее оцѣнить и усвоить, когда познакомятся съ примѣромъ ея примѣненія къ построенію дѣйствительно незыблемаго научнаго зданія, какимъ представляется въ настоящее время теоретическая Ариѳметика.

Съ этой точки зрѣнія мы тѣмъ болѣе привѣтствуемъ книгу г-на Волкова, что не только въ нашей, но и въ иностранныхъ, болѣе богатыхъ литературахъ она явилась бы цѣннымъ пріобрѣтеніемъ: хорошій, точный языкъ, знаніе и ясное пониманіе со стороны автора трактуемаго предмета, удачно выбранные примѣры, которые являются образцами не только освѣщающими, но подчасъ и обосновывающими теорію (e—число несоизмѣримое, стр. 55—60; e—число трансцендентное, стр. 111—119, существованіе $\sqrt[n]{A}$, гдѣ положительное соизмѣримое число A не есть $n^{\text{-ая}}$ степень соизмѣримаго числа, стр. 86—91; уравненіе $x^2 + A = 0$ всегда имѣетъ корень, стр. 104) дѣлаютъ чтеніе книги вполнѣ доступнымъ для всякаго внимательнаго вдумчиваго читателя.

Въ предисловіи авторъ говоритъ:

„Настоящее сочиненіе имѣетъ цѣлью показать, какъ постепенно расширяется понятіе о числѣ. Расширеніе этого понятія всегда совершается по одному и тому же плану, который ясенъ изъ нижеслѣдующаго:

„Мы признаемъ за данное рядъ различныхъ символовъ, поставленныхъ въ разъ навсегда опредѣленномъ порядкѣ, и этотъ рядъ называемъ *натуральнымъ рядомъ чиселъ*.—Установивъ термины *равенства* и *неравенства*, *прямыхъ операцій* (сложенія и умноже-

„нія) и *обратныхъ* (вычитанія и дѣленія), мы приходимъ къ заключенію, что прямыя операціи надъ числами натуральнаго ряда „всегда возможны, обратныя—*не* всегда.“

„Обстоятельство, что обратныя дѣйствія иногда теряютъ „смыслъ, и заставляетъ насъ расширить понятіе о числѣ.“

„Операція дѣленія заставляетъ насъ допустить существованіе „*субстанцій особой природы* (нашъ курсивъ), изъ которыхъ каждая „вполнѣ опредѣляется двумя числами a и b натуральнаго ряда, „поставленными въ опредѣленномъ порядкѣ. Эту новую, *неизвѣстной природы, субстанцію* (нашъ курсивъ) мы называемъ *абсолютнымъ числомъ* и надѣляемъ аттрибутами:

1) мы хотимъ, чтобы абсолютное число содержало въ себѣ „числа натуральнаго ряда, какъ частный случай, и для этой цѣли „допускаемъ, что абсолютное число (a, b) обращается въ число „натуральнаго ряда, когда a есть кратное b;

2) устанавливаемъ относительно абсолютныхъ чиселъ термины *равенства* и *неравенства*, суммы и произведенія, причемъ „всѣ эти операціи не должны противорѣчить понятіямъ о равен„ствѣ и неравенствѣ, суммѣ и произведеніи чиселъ натуральнаго „ряда, такъ какъ эти послѣднія уже введены, какъ частный слу„чай, въ сферу абсолютныхъ чиселъ“.

„Читатель, въ концѣ изслѣдованія объ абсолютномъ числѣ, „съ ясностью увидитъ, что абсолютное число (a, b), на которое „въ началѣ изслѣдованія *никоимъ образомъ* (нашъ курсивъ) нельзя „было смотрѣть, какъ на частное отъ дѣленія a на b, — дѣйстви„тельно можетъ быть представлено подъ видомъ $\frac{a}{b}$.“ *)

И авторъ, дѣйствительно, выдерживаетъ этотъ планъ при всякомъ новомъ расширеніи понятія о числѣ. Строго держась этого же плана, авторъ переходитъ отъ абсолютнаго числа къ относительному, отъ относительнаго къ вещественному и, наконецъ, къ комплексному числу, доказавъ такимъ образомъ слѣдующую „фундаментальную“ теорему: «Расширеніе понятія о числѣ введеніемъ чиселъ особыхъ природъ (дробныхъ, отрицательныхъ, несоизмѣримыхъ, мнимыхъ) не можетъ привести ни къ какимъ ошибочнымъ выводамъ относительно исходнаго пункта ученія о числѣ, т. е. относительно ряда натуральныхъ чиселъ».

Мы привели довольно длинную выписку изъ предисловія автора не только по той причинѣ, что намъ хотѣлось познакомить читателя съ содержаніемъ книги и методомъ изложенія г-на М. Волкова, но еще и потому, что, подчеркнувъ нѣкоторыя мѣста изъ этой выписки, мы указали тѣ пункты, въ которыхъ мы нѣсколько

*) Читатели, совершенно незнакомые съ формальной Ариѳметикой, быть можетъ, и не вполнѣ ясно поймутъ приведенную цитату, но все предисловіе станетъ вполнѣ понятнымъ по прочтеніи самой книги. Для такихъ читателей предисловіе будетъ хорошимъ послѣсловіемъ.

расходимся съ авторомъ. Эти пункты находятся въ тѣснѣйшей связи съ теоремами, излагаемыми авторомъ подъ №№ 56, 86 и 134. Приведемъ для примѣра теорему № 56 и нѣкоторыя предшествующія ей положенія. Глава объ абсолютномъ числѣ начинается указаніемъ на то, что уравненіе $xb = a$ (a и b данныя числа натуральнаго ряда) не всегда можетъ быть удовлетворено числомъ натуральнаго ряда; затѣмъ слѣдуетъ допущеніе 1, что существуетъ субстанція, вполнѣ опредѣляемая двумя числами a и b натуральнаго ряда и порядкомъ ихъ, эту субстанцію называютъ абсолютнымъ числомъ, обозначаютъ символомъ (a, b) и допускаютъ 2, что $(a, b) = a : b$, если a число, кратное b. Показавъ затѣмъ, что всякое число натуральнаго ряда можетъ быть представлено подъ видомъ абсолютнаго числа, установивъ раздѣленіе чиселъ на цѣлыя и дробныя и подраздѣливъ дроби на правильныя и неправильныя, авторъ пишетъ:

Теорема 56. „*Дробное число (a, b) пока не можетъ быть разсматриваемо, какъ частное отъ дѣленія a на b.* Дѣйствительно, если „бы мы сказали, что (a, b) есть частное отъ дѣленія a на b, то это значило бы, что

$$(a, b) . b = a;$$

„но это равенство *не* имѣетъ смысла, такъ какъ свойствъ (a, b) „мы *не* знаемъ и слѣдовательно оперировать надъ нимъ не умѣ„емъ и слѣдовательно не можемъ".

Намъ кажется прежде всего, что тамъ, гдѣ рѣчь идетъ о *точномъ* знаніи, о *наукѣ* въ истинномъ смыслѣ этого слова, слѣдуетъ остерегаться употребленія не вполнѣ ясныхъ терминовъ и образныхъ выраженій, которые, содержа почти всегда непозволительныя или недостаточно оправданныя сближенія, либо мѣшаютъ ясности пониманія, либо приводятъ къ невѣрнымъ заключеніямъ. Имѣя въ распоряженіи натуральный рядъ чиселъ и переходя къ абсолютному числу, слѣдовало бы сказать: отсутствіе числа (знака изъ натуральнаго ряда), удовлетворяющаго уравненію $xb = a$, (т. е. невозможность нѣкоторыхъ дѣленій) побуждаетъ насъ *ввести въ разсмотрѣніе* (вмѣсто „допустить существованіе") *новые знаки* (вмѣсто „субстанцій особой природы"), изъ коихъ каждый будемъ *считать* вполнѣ опредѣленнымъ двумя числами натуральнаго ряда и ихъ порядкомъ. Такой новый знакъ (вмѣто субстанціи неизвѣстной природы) назовемъ абсолютнымъ числомъ. Въ этомъ опредѣленіи абсолютнаго числа, быть можетъ, меньше красоты, но больше ясности, а главное, принявъ такое опредѣленіе, авторъ, несомнѣнно хорошо понимающій свой предметъ, не впалъ бы въ ошибку, которая заключается уже въ самомъ установленіи, а не только въ доказательствѣ вышеупомянутыхъ трехъ теоремъ.

Въ самомъ дѣлѣ, каково содержаніе теоремы, по которой на дробное число (a, b) нельзя *пока* смотрѣть, какъ на частное отъ дѣленія a на b? Дробное число *пока* опредѣлено:

во 1-хъ, какъ символъ, вполнѣ опредѣляемый двумя числами натуральнаго ряда и ихъ порядкомъ;

во 2-хъ, какъ символъ, равный частному отъ дѣленія a на b, когда a есть число кратное b.

Содержаніе теоремы 56 состоитъ, слѣдовательно, въ томъ, что къ этимъ двумъ опредѣленіямъ *пока* нельзя присоединить новаго опредѣленія, по которому дробь (a, b) *всегда* есть частное отъ дѣленія a на b. Почему *пока нельзя?* Авторъ разъясняетъ это въ доказательствѣ теоремы: опредѣлить дробь (a, b), какъ частное отъ дѣленія a на b,—это значитъ сказать, что $(a, b) . b = a$, а мы природы символа (a, b) не знаемъ, оперировать надъ нимъ и, въ частности, умножать его на b не умѣемъ. *Пока*—значитъ поэтому: до тѣхъ поръ, пока не узнаемъ природы символа (a, b) и не научимся надъ нимъ оперировать вообще и, въ частности, производить умноженіе его на b. Но природы символа (a, b) мы никогда и не узнаемъ, ибо онъ никакой природы (никакого свойства) не имѣетъ, кромѣ *тѣхъ природъ* (опредѣленій), которыя намъ угодно ему приписать. И оперировать надъ нимъ мы не научимся по той причинѣ, что надъ нимъ можно оперировать только такъ, какъ намъ будетъ угодно. Если намъ будетъ угодно, чтобы символъ (a, b) былъ частнымъ отъ дѣленія a на b, т. е. числомъ, которое, будучи умножено на b, даетъ a, то онъ и будетъ частнымъ отъ дѣленія a на b — и этимъ *третьимъ* опредѣленіемъ символа (a, b) и опредѣлится операція умноженія (a, b) на b. Но намъ именно желательно, чтобы дробь (a, b) была частнымъ отъ дѣленія a на b. Только этимъ желаніемъ исторически вызвано появленіе этого символа и только съ этими *тремя*, а не *двумя* опредѣленіями сообразованы опредѣленія остальныхъ операцій надъ дробями. Опредѣленіе дроби (a, b), какъ частнаго отъ дѣленія a на b, является столь-же законнымъ, столь-же произвольнымъ и столь-же цѣлесообразнымъ, какъ и данное авторомъ, на страницѣ 30-й, общее опредѣленіе произведенія двухъ символовъ (a, b) и (c, d). Разсматриваемая нами теорема (56) имѣла бы смыслъ только въ томъ случаѣ, когда въ ней терминъ *пока* означалъ бы: до тѣхъ поръ, пока не будетъ доказано, что третье опредѣленіе *не* находится въ противорѣчіи съ первыми двумя. Но это же нужно доказывать и относительно каждаго вновь вводимаго опредѣленія, что авторъ всякій разъ и дѣлаетъ съ величайшей тщательностью.

Не трудно, однако, убѣдиться въ томъ, что опредѣленіе дроби (a, b), какъ частнаго отъ дѣленія a на b, т. е. какъ числа, которое, будучи умножено на b, даетъ a, не находится въ противорѣчіи съ первыми двумя опредѣленіями, и констатированіемъ этого факта мы докажемъ, что дробь (a, b) *уже можетъ быть разсматриваема, какъ частное отъ дѣленія а на b*. Такое *историческое* изложеніе теоріи абсолютныхъ чиселъ имѣло бы даже свои преимущества передъ *догматическимъ*, ибо, исходя изъ упомянутыхъ *трехъ* опредѣленій абсолютнаго числа, можно анализомъ рѣшить, каковы *должны* быть простѣйшія опредѣленія операцій сложенія и

умноженія относительныхъ чиселъ, между тѣмъ какъ опредѣленія сложенія и умноженія, выражаемыя равенствами $(a, b) + (c, d) = (ad + bc, bd)$ и $(a, b) \cdot (c, d) = (ac, bd)$, кажутся слишкомъ произвольными и искусственными. Правда, въ краткомъ курсѣ догматическое изложеніе слѣдуетъ предпочесть историческому, но не слѣдуетъ доказывать, что историческое изложеніе предмета невозможно, т. е. заключаетъ въ себѣ логическое противорѣчіе; и таковъ именно смыслъ теоремъ (56), (86) и (134).

Впрочемъ, эти теоремы не находятся ни въ какой связи съ остальнымъ матеріаломъ книги, въ которой царитъ вообще полная ясность и строгая послѣдовательность.

Намъ было бы желательно видѣть въ послѣдующихъ изданіяхъ книги нѣсколько болѣе детальное развитіе понятій о равномъ, большемъ и меньшемъ, какъ это сдѣлано, напримѣръ, въ „Vorlesungen ueber allgemeine Arithmetik von Otto Stolz"; теперь-же пожелаемъ книгѣ Г-на Волкова самаго широкаго распространенія, чего она вполнѣ заслуживаетъ.

С. Шатуновскій (Одесса).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Астрономическія Извѣстія.

Новая звѣзда въ Персеѣ возгорѣлась совершенно неожиданно и внезапно. Профессоръ Пикерингъ сообщаетъ, что на фотографическихъ снимкахъ, полученныхъ на обсерваторіи Горвардскаго колледжа $^6/_{19}$ февраля, еще нѣтъ никакого намека на „Новую" звѣзду, хотя видны всѣ звѣзды до одиннадцатой величины. По свидѣтельству H. Williams'а „Новой" не было замѣтно даже за 28 часовъ до ея открытія, хотя на фотографической пластинкѣ съ соотвѣтствующей области неба вышли звѣзды до 12-ой величины. Яркость „Новой" такимъ образомъ возрастала необычайно быстро, но не долго. Въ моментъ открытія $^8/_{21}$-го февраля ее цѣнили въ 2,7 звѣздной величины, а на другой уже день она имѣла 1,6 величины, 10-го февраля въ 7 часовъ вечера звѣзда блеститъ, какъ Капелла, главная звѣзда созвѣздія Возничаго, а черезъ пять часовъ она рѣзко ее превосходитъ.

11-го февраля повидимому „Новая" достигаетъ своего максимума, а потомъ начинаетъ уменьшаться въ яркости. 12-го числа я оцѣнивалъ ее уже нѣсколько ниже Капеллы, 13-го она явилась еще слабѣе, 19-го февраля „Новая" почти уже второй величины, 22-го немного ярче третьей и т. д. 3-го марта „Новая" едва видна, ея яркость упала до пятой величины, но на другой день она опять возросла до 3,5, т. е. увеличилась на $1^1/_2$ звѣздной величины. Произошла такимъ образомъ вторая вспышка, хотя уже и много слабѣе первой. Мнѣ удалось подмѣтить увеличеніе

яркости даже въ теченіе вечера. Въ 9 часовъ яркость „Новой" была приблизительно 3,8, а въ 11 часовъ уже 3,5 звѣздной величины. На другой день звѣзда имѣла яркость 3,8, а 9-го марта опять упала до 5-й.

Спектръ „Новой" вначалѣ былъ непрерывный съ темными линіями и полосами, потомъ онъ совершенно измѣнился и 12-го февраля, по Пикерингу, былъ похожъ на спектръ Новой звѣзды, появившейся въ 1892 году въ созвѣздіи Возничаго. По смѣщеніямъ линій въ Потсдамѣ пробовали опредѣлить скорость движенія звѣзды по лучу зрѣнія. По линіямъ *H* и *K* она оказалась + 18 километровъ, другія линіи водорода и магнія обнаруживали гораздо большую скорость около 700 километровъ изверженія и въ другую сторону.

Потокъ Лиридъ. Обращаю вниманіе читателей на интересный потокъ падающихъ звѣздъ, называемый потокомъ Лиридъ. Время для его наблюденія приблизительно отъ 4-го до 10-го апрѣля стараго стиля, максимумъ 7-го или 8-го апрѣля. Лицамъ, которыя не пожелаютъ сами заняться обработкой своихъ наблюденій, могу предложить выслать ихъ мнѣ по адресу юрьевской обсерваторіи.

Астрономъ-Наблюдатель К. Покровскій.
(Юрьевъ).

МАТЕМАТИЧЕСКІЯ МЕЛОЧИ.

Теорема. Въ трехгранномъ углѣ сумма плоскихъ угловъ меньше $4d$

Доказательство. Продолжимъ ребра SB и SC угла SABC на разстоянія SB_1 и SC_1, и проведемъ плоскости черезъ прямыя SA и SB_1, SA и SC_1, SB_1 и SC_1.

Эти плоскости образуютъ трехгранный уголъ SAB_1C_1.

По теоремѣ о суммѣ двухъ плоскихъ угловъ трехграннаго угла, находимъ

$$B_1SC_1 < ASB_1 + ASC_1.$$

Но легко видѣть, что

$$B_1SC_1 = BSC, \text{ а } ASB_1 = 2d - ASB \text{ и } ASC_1 = 2d - ASC.$$

Поэтому предыдущее неравенство можно представить въ слѣдующемъ видѣ:

$$BSC < 2d - ASB + 2d - ASC;$$

откуда

$$ASB + ASC + BSC < 4d.$$

М. Марковъ.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 28 (4 сер.). Доказать, что при всякомъ цѣломъ значеніи x число

$$x^{600} - x^{56}$$

дѣлится на 2890.

Н. С. (Одесса).

№ 29 (4 сер.). Вычислить предѣлъ выраженія

$$\frac{4}{n^2}\sum_{x=1}^{x=n}(n^2-x^2)^{\frac{1}{2}}$$

при $n=\infty$.

В. Андерсонъ (Казань).

№ 30 (4 сер.). Цѣлое число n выбрано такъ, что сумма

$$1+2^2+\ldots+n^2$$

не дѣлится на 5. Найти остатокъ отъ дѣленія на 5 суммы

$$1+2+\ldots+n.$$

(Заимств.).

№ 31 (4 сер.). Найти значенія параметра m, при которыхъ четыре корня уравненія

$$x^4-(3m+2)x^2+m^2=0$$

образуютъ ариѳметическую прогрессію.

(Заимств.).

№ 32 (4 сер.). Въ двухъ окружностяхъ O и O' проводятъ хорды AB и $A'B'$, оконечности которыхъ A и A' лежатъ на линіи центровъ OO', такъ, что

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{m}{n}.$$

Найти геометрическое мѣсто точекъ пересѣченія перпендикуляровъ, опущенныхъ соотвѣтственно изъ центровъ O и O' на хорды AB и $A'B'$.

(Заимств.).

№ 33 (4 сер.). 1) Опредѣлить длину мѣдной проволоки сѣченіемъ въ 2 кв. миллим., соединяющей полюсы баттареи изъ соединенныхъ послѣдовательно четырехъ элементовъ Даніеля, зная, что сила тока въ цѣпи равна 5 амперамъ. 2) Опредѣлить силу тока этой баттареи при томъ же внѣшнемъ сопротивленіи, но при параллельной группировкѣ элементовъ.

Сопротивленіе 1 метра мѣдной проволоки сѣченіемъ въ 1 кв. мм. = 0,018 ома; электродвижущая сила элемента Даніеля 1,07 вольта, его сопротивленіе 0,1 ома.

(Заимств.) *М. Гербановскій.*

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 617 (3 сер.). *Треугольникъ ABC вращается около биссектрисы AA′ внутренняго угла A. Доказать, что поверхности, образуемыя при вращеніи прямыми AB и AC относятся, какъ объемы тѣлъ, полученныхъ отъ вращенія треугольниковъ ABA′ и ACA′.*

Пусть BD и CE суть соотвѣтственно высоты треугольниковъ ABA' и ACA'; обозначимъ стороны треугольника черезъ a, b, c, длину биссектрисы AA' черезъ l и высоты BD и CE соотвѣтственно черезъ r и r'. Поверхности, образуемыя сторонами AB и AC, выражаются соотвѣтственно черезъ

$$\pi rc \text{ и } \pi r'b,$$

а потому отношеніе этихъ поверхностей равно

$$\frac{rc}{r'b} \qquad (1).$$

Объемъ тѣла, полученнаго отъ вращенія треугольника ABA', есть сумма или разность объемовъ конусовъ, полученныхъ отъ вращенія треугольниковъ ABD и $A'BD$, и потому онъ выражается черезъ

$$\frac{\pi r^2}{3}(\pm AD \pm A'D) = \frac{\pi r^2 l}{3}.$$

Точно также объемъ, полученный отъ вращенія треугольника ACA', есть

$$\frac{\pi r'^2}{3}.$$

Слѣдовательно отношеніе объемовъ есть

$$\frac{r^2}{r'^2} \qquad (2).$$

Изъ подобія прямоугольныхъ треугольниковъ ABD и ACE находимъ:

$$\frac{r}{r'} = \frac{c}{b}, \text{ откуда}$$

$$\frac{r^2}{r'^2} = \frac{rc}{r'b},$$

что и требовалось доказать.

П. Полушкинъ (Знаменка); *Н. С.* (Одесса).

№ 620 (3 серіи). *Доказать, что*

$$a^2 + b^2 + c^2 + r^2 + r_a^2 + r_b^2 + r_c^2 = 16R^2,$$

гдѣ a, b, c—стороны треугольника, R — радіусъ описаннаго, r — вписаннаго круга, a r_a, r_b, r_c — радіусы внѣвписанныхъ круговъ.

Изъ общеизвѣстныхъ формулъ:

$$r_a = \frac{s}{p-a},\ r_b = \frac{s}{p-b},\ r_c = \frac{s}{p-c},\ r = \frac{s}{p},\ 2p = a+b+c,\ R = \frac{abc}{4s}$$

$s = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, выводимъ слѣдующія равенства:

$$(p-a)(p-b)+(p-b)(p-c)+(p-c)(p-a)=3p^2-2p(a+b+c)+ab+bc+ca=$$

$$=ab+bc+ca-p^2 \qquad (1);$$

$$r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a = s^2\left[\frac{1}{(p-a)(p-b)}+\frac{1}{(p-b)(p-c)}+\frac{1}{(p-c)(p-a)}\right]=$$

$$=p(p-a+p-b+p-c)=p^2 \qquad (2).$$

Затѣмъ (см. 1)

$$r\left(r_a+r_b+r_c\right)=s^2\left[\frac{1}{p(p-a)}+\frac{1}{p(p-b)}+\frac{1}{p(p-c)}\right]=ab+bc+ca-p^2 \qquad (3);$$

$$r_a+r_b+r_c-r=\frac{s[ab+bc+ca-p^2]}{(p-a)(p-b)(p-c)}-\frac{s}{p}=$$

$$=\frac{s[p(ab+bc+ca)-p^3-p^3+p^2(a+b+c)-p(ab+bc-ca)+abc]}{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\frac{abc}{s}=4R.$$

Возвышая обѣ части равенства

$$4R=r_a+r_b+r_c-r$$

въ квадратъ, находимъ (см. (2), (3)):

$$16R^2=r_a^2+r_b^2+r_c^2+r^2+2\left(r_b rb+r_b r_c+r_c r_a\right)-2r\left(r_a+r_b+r\right)=$$

$$=r_a^2+r_b^2+r_c^2+r^2+2p^2-2\left(ab+bc+ca-p^2\right)=$$

$$=r_a^2+r_b^2+r_c^2+r^2+4p^2-2(ab+bc+ca)=r_a^3+r_b^2+r_c^2+(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)=$$

$$=a^2+b^2+c^2+r^2+r_a^2+r_b^2+r_c^2.$$

Б. Мерцаловъ (Орелъ); *П. Полушкинъ* (Знаменка).

№ 629 (3 сер.). *Рѣшить уравненіе:*

$$(x^2-2)^5+x^5=5x^2(x-1)(x+2)(x^2-2)^2.$$

Перенося всѣ члены въ первую часть уравненія и замѣчая, что $(x^2-2)^5+x^5$ дѣлится на $x^2-2+x=(x-1)(x+2)$, выводимъ въ первой части множителя $(x-1)(x+2)$ за скобки. Тогда приводимъ уравненіе къ виду:

$$(x-1)(x+2)[(x^2-2)^4-x(x^2-2)^3+x^2(x^2-2)^2-x^3(x^2-2)+x^4-4x^2(x^2-2)^2]=0$$

Выраженіе, стоящее внутри квадратныхъ скобокъ, снова разлагается на множителей. Разобьемъ послѣдній членъ этого выраженія на два члена, $-2x^2(x^2-2)^2$ и $-2x^2(x^2-2)^2$. Тогда первый, пятый и шестой члены вмѣстѣ составятъ $[(x^2-2)^2-x^2]^2$, а остальные члены, по выведеніи за скобку множителя $-x(x^2-2)$, даютъ $-x(x^2-2)(x^2-2+x)^2$. Такимъ образомъ выраженіе внутри скобокъ можно представить въ видѣ

$$[(x^2-2)^2-x^2]^2-x(x^2-2)(x^2-2+x)^2=(x^2-2+x)^2\,[(x^2-2-x)^2-x(x^2-2)],$$

или

$$(x-1)^2(x+2)^2(x^4-3x^3-3x^2+6x+4).$$

Слѣдовательно предложенное уравненіе приводится къ виду:

$$(x-1)^3(x+2)^3(x^4-3x^3-3x^2+6x+4)=0,$$

откуда либо

$$x-1=0,\text{ либо } x+2=0,\text{ либо } x^4-3x^3-3x^2+6x+4=0 \qquad (1).$$

Такимъ образомъ получаемъ корни

$$x_1=1,\ x_2=-2.$$

Уравненіе же (1) раздѣлимъ на x^2 и представимъ въ видѣ

$$x^2+\frac{4}{x^2}-3\left(x-\frac{2}{x}\right)-3=0.$$

Полагая

$$x-\frac{2}{x}=y\ (2),\ \text{откуда}\ x^2+\frac{4}{x^2}-4=y^2\ (3),$$

приводимъ уравненіе къ виду (см. (2), (3)):

$$y^2+4-3y-3=y^2-3y+1=0 \quad (4).$$

Рѣшая уравненіе (4) и подставляя каждый изъ его корней въ уравненіе (2), находимъ вообще четыре новыхъ корня даннаго уравненія.

М. Милашевичъ (Севастополь); *И. Кудинъ* (Москва).

№ 631 (3 сер.). *Внутреннія общія касательныя двухъ окружностей, лежащихъ въ одной плоскости, перпендикулярны. Доказать, что площадь треугольника, образованнаго тремя общими касательными, изъ которыхъ двѣ — внутреннія и одна внѣшняя, равна произведенію радіусовъ данныхъ окружностей.*

Пусть a—гипотенуза, b и c катеты разсматриваемаго прямоугольнаго треугольника, R и r—радіусы окружностей. Тогда

$$R=\frac{s}{p-b},\quad R=\frac{s}{p-c},$$

гдѣ s площадь, а p — полупериметръ треугольника.

Слѣдовательно

$$Rr=\frac{s^2}{(p-b)(p-c)}=\frac{4s^2}{(2p-2b)(2p-2c)}=\frac{4s^2}{(a+c-b)(a+b-c)}=\frac{4s^2}{a^2-(b-c)^2},$$

или

$$Rr=\frac{b^2c^2}{a^2-(b^2+c^2)+2bc}=\frac{bc}{2}=s,$$

что и требовалось доказать.

И. Кудинъ (Москва); *М. Милашевичъ* (Севастополь).

Редакторъ **В. А. Циммерманъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Дозволено цензурою, Одесса, 24-го марта 1901 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.